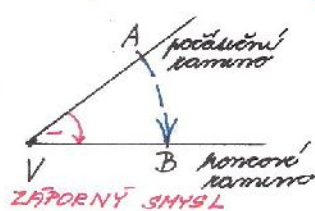
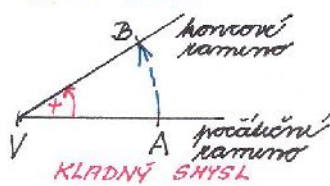


3. Orientovaný úhel

ORIENTO VANÝ ÚHEL $\widehat{AVB}$ - uspořádaná dvojice polopřímek $\rightarrow VA, \rightarrow VB$

- směr $\widehat{AVB}$

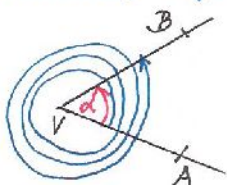


$\rightarrow VA \dots$ počáteční rameno
 $\rightarrow VB \dots$ koncové rameno
 $V \dots$ vrchol orient. úhlu

- HODNOTA ÚHLU je KLADNÁ (ZÁPORNÁ), odáčí-li se koncové rameno PROTI (PO) SMĚRU pohybu hodinových ručiček

VĚTŠÍ ÚHLY

- následně při obáčení koncového ramene vícekrát „dohola“ (kladně, záporně)



- VELIKOST ORIENTO VANÉHO ÚHLU $\widehat{AVB}$ - směr $|\widehat{AVB}|$

$$|\widehat{AVB}| = \alpha + k \cdot 360^\circ$$

$$|\widehat{AVB}| = x + 2k\pi \quad k \in \mathbb{Z}$$

$\downarrow$
 ZÁKLADNÍ VELIKOST
 (stupňová míra)

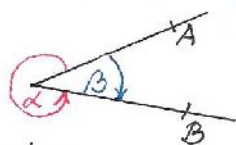
$\downarrow$
 ZÁKLADNÍ VELIKOST
 (obslouková míra)

- ZÁKLADNÍ VELIKOST

velikost toho k úhlů, který opisí polopřímka při obáčení k počátečního ramene VA do koncového VB v KLADNÉM SMYSLU (přičemž nejmenší násobky 360° [2π rad])

$$0^\circ \leq \alpha < 360^\circ$$

$$0 \leq x < 2\pi \text{ (rad)}$$



[nejmenší nás. pouze KONEČNÁ VZÁJ. POLOHA RAHEN]

Příklady

① Učile základní velikost orient. úhlu, jehož jediná velikost je

a) $1800^\circ = 5 \cdot 360^\circ + 0^\circ = [0 + 5 \cdot 2\pi] = 0^\circ + 5 \cdot 360^\circ = [0 + 10\pi]$

$$\left[\begin{array}{l} 1800^\circ : 360^\circ = 5 \\ 0^\circ \end{array} \right] \quad \alpha = 0^\circ \quad (x = 0 \text{ rad})$$

b) $1530^\circ = 4 \cdot 360^\circ + 90^\circ = 90^\circ + 4 \cdot 360^\circ \quad [\frac{\pi}{2} + 4 \cdot 2\pi = \frac{\pi}{2} + 8\pi]$

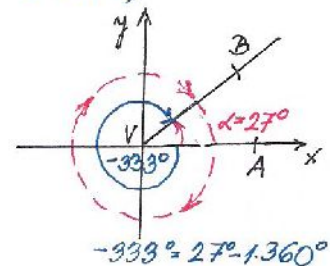
$$\left[\begin{array}{l} 1530^\circ : 360^\circ = 4 \\ 90^\circ \end{array} \right] \quad \alpha = 90^\circ \quad x = \frac{\pi}{2} \text{ (rad)}$$

c) $-333^\circ = (-333^\circ + 1 \cdot 360^\circ) - 1 \cdot 360^\circ = 27^\circ - 1 \cdot 360^\circ$

záporný úhel $\rightarrow$ FTGL: přičtení a odčtení $360^\circ \rightarrow \alpha = 27^\circ$

d) $-123^\circ = (-123^\circ + 1 \cdot 360^\circ) - 1 \cdot 360^\circ = 237^\circ - 1 \cdot 360^\circ$

$\alpha = 237^\circ$



$$e) -1470^\circ = -30^\circ - 4 \cdot 360^\circ = [(-30^\circ + 1 \cdot 360^\circ) - 1 \cdot 360^\circ] - 4 \cdot 360^\circ =$$

$$\left[\begin{array}{l} -1470^\circ : 360^\circ = -4 \\ -30^\circ \end{array} \right] = 330^\circ - 5 \cdot 360^\circ \Rightarrow \underline{\alpha = 330^\circ}$$

$$f) -1065^\circ 14' = -345^\circ 14' - 2 \cdot 360^\circ = (-345^\circ 14' + 360^\circ) - 1 \cdot 360^\circ - 2 \cdot 360^\circ$$

$$\left[\begin{array}{l} -1065^\circ 14' : 360^\circ = -2 \\ -345^\circ 14' \end{array} \right] = 14^\circ 43' - 3 \cdot 360^\circ \Rightarrow \underline{\alpha = 14^\circ 43'} \left[\begin{array}{l} 360^\circ \\ -345^\circ 14' \\ 14^\circ 43' \end{array} \right]$$

$$g) -450^\circ 10' = -90^\circ 10' - 1 \cdot 360^\circ = (-90^\circ 10' + 360^\circ) - 1 \cdot 360^\circ - 1 \cdot 360^\circ =$$

$$\left[\begin{array}{l} -450^\circ 10' : 360^\circ = -1 \\ 90^\circ 10' \end{array} \right] = 269^\circ 50' - 2 \cdot 360^\circ \Rightarrow \underline{\alpha = 269^\circ 50'}$$

② úhel nákladní velikost [ma traz $x + (2k\pi) \rightarrow$ hodý násobek π !]

$$a) \frac{7\pi}{2} = 3\pi + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi + 2\pi = \frac{3\pi}{2} + 2\pi \Rightarrow \underline{x = \frac{3\pi}{2}}$$

lidy / má. π
úhel mábél π cu
kyak

$$\left[\begin{array}{l} 7\pi : 2 = 3\pi + \frac{\pi}{2} \\ \pi \end{array} \right]$$

$$b) -\frac{83}{5}\pi = -16\pi - \frac{3\pi}{5} = [(-\frac{3\pi}{5} + 2\pi) - 2\pi] - 16\pi = \frac{7\pi}{5} - 18\pi$$

např. úhel $\rightarrow$ π cel : přičítá a odčítá 2π (360°)

$$\left[\begin{array}{l} -83\pi : 5 = -16\pi - \frac{3\pi}{5} \\ -3\pi \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} -\frac{3\pi}{5} + 2\pi = \frac{-3\pi + 10\pi}{5} = \frac{7\pi}{5} \\ \end{array} \right] \Rightarrow \underline{x = \frac{7\pi}{5}}$$

$$c) -\frac{56\pi}{3} = -\frac{2\pi}{3} - 18\pi = (-\frac{2\pi}{3} + 2\pi) - 2\pi - 18\pi = \frac{4\pi}{3} - 20\pi$$

$$\left[\begin{array}{l} -56\pi : 3 = -18\pi - \frac{2\pi}{3} \\ -2\pi \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} -\frac{2\pi}{3} + 2\pi = \frac{-2\pi + 6\pi}{3} = \frac{4\pi}{3} \\ \end{array} \right] \Rightarrow \underline{x = \frac{4\pi}{3}}$$

$$d) -\frac{59\pi}{3} = -\frac{2\pi}{3} - 19\pi = -\frac{2\pi}{3} - \pi - 18\pi = -\frac{5\pi}{3} - 18\pi =$$

lidy / má. π $\rightarrow$ upravím na sudý
úhel

$$\left[\begin{array}{l} -59\pi : 3 = -19\pi - \frac{2\pi}{3} \\ -2\pi \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} -\frac{2\pi}{3} - \pi = \frac{-2\pi - 3\pi}{3} = \frac{-5\pi}{3} \\ \end{array} \right] = (-\frac{5\pi}{3} + 2\pi) - 2\pi - 18\pi =$$

$$\left[\begin{array}{l} -5\pi + 6\pi = \pi \\ 3 \end{array} \right]$$

$$= \frac{\pi}{3} - 20\pi \Rightarrow \underline{x = \frac{\pi}{3}}$$

③ najdi úhel velikost orient. úhel, který opíše minutová (hodinová) kučička na 5 minut, na 3 hodiny.

MINUTOVÁ

na 60 min (1h) ... -360°

na 5 min ... $-\frac{360^\circ}{60} \cdot 5 = -30^\circ$

na 3 h ... $3 \cdot (-360^\circ) = -1080^\circ$

$$\begin{array}{l} -30^\circ = 330^\circ - 1 \cdot 360^\circ \\ \underline{\alpha = 330^\circ} \end{array} \quad \begin{array}{l} -1080^\circ = 0^\circ - 3 \cdot 360^\circ \\ \underline{\alpha = 0^\circ} \end{array}$$

HODINOVÁ

na 12 h ... -360°

na 3 h ... $-\frac{360^\circ}{12} \cdot 3 = -90^\circ$

$= 270^\circ - 1 \cdot 360^\circ \Rightarrow \underline{\alpha = 270^\circ}$

na 1 h (60 min) ... $-\frac{360^\circ}{60} = -30^\circ$

na 5 min ... $-\frac{30^\circ}{60} \cdot 5 = -25^\circ$

$= -25^\circ + 360^\circ = 335^\circ 30' - 1 \cdot 360^\circ$

$\underline{\alpha = 357^\circ 30'}$

④ Od 10 h 30 minut se hodinová kučička obtočí o úhel -2520° . Kolik bylo po tom hodin?

$$\left[\begin{array}{l} -2520^\circ : 360^\circ = 7 \\ 0^\circ \end{array} \right] \quad \begin{array}{l} -2520^\circ = 0^\circ - 7 \cdot 360^\circ \\ \end{array} \Rightarrow \text{7 dokola (na 1h ... 360^\circ)}$$

poloha min. kučičky
stejná (přičteme 0 min)
 $\Rightarrow$ přičteme 7 hodin

$\Rightarrow$ VÝSLEDNÝ ČAS : 10 h 30 min + 7 h 0 min = 17 h 30 min